

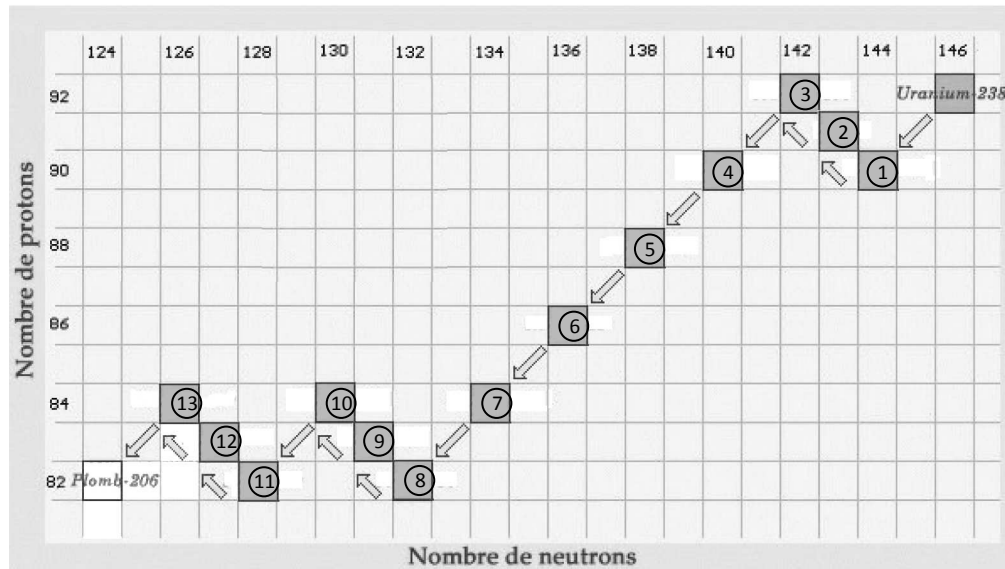
Devoir Maison numéro 8

Corrigé

Attention : une erreur dans l'énoncé : $A_0 = 9,00.10^3$ désintégrations par minute

I. L'Uranium 238 est un noyau radioactif qui se désintègre selon la filiation représentée ci-dessous :

Filiation radioactive de l'uranium 238.



Symbole	$^{82}_{82}\text{Pb}$	$^{83}_{83}\text{Bi}$	$^{84}_{84}\text{Po}$	$^{85}_{85}\text{At}$	$^{86}_{86}\text{Rn}$	$^{87}_{87}\text{Fr}$	$^{88}_{88}\text{Ra}$	$^{89}_{89}\text{Ac}$	$^{90}_{90}\text{Th}$	$^{91}_{91}\text{Pa}$	$^{92}_{92}\text{U}$
Nom	Plomb	Bismuth	Polonium	Astate	Radon	Francium	Radium	Actinium	Thorium	Protactinium	Uranium

L'uranium existe sous différents isotopes dont l'uranium 235 et l'uranium 238.

I.1. L'écriture symbolique ^A_ZX du noyau de l'uranium 238 est :

$^{238}_{92}\text{U}$ car l'Uranium est caractérisé par un numéro atomique $Z = 92$, tandis que l'on s'intéresse à l'isotope 238 (son nombre de masse est égale à 238)

I.2. Un noyau radioactif est un noyau instable dont la désintégration (destruction) est aléatoire et s'accompagne de:

- L'apparition d'un nouveau noyau,
- L'émission d'une particule notée α , β^- ou β^+ ,
- L'émission d'un rayonnement électromagnétique noté γ

I.3. Les compositions en protons et en neutrons des noyaux atomiques uranium 235 et uranium 238 sont :

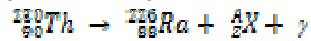
- Uranium 235 : 235 nucléons ; 92 protons et 143 neutrons
- Uranium 238 : 238 nucléons ; 92 protons et 146 neutrons

I.4. Des noyaux sont appelés isotopes s'ils ont le même nombre de charge Z mais des nombres de nucléons A différents. Ici c'est le cas

I.5. L'écriture symbolique ^A_ZX des 13 noyaux intervenant dans la filiation de l'uranium 238 :

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1 : $^{234}_{90}\text{Th}$ | 8 : $^{214}_{82}\text{Pb}$ |
| 2 : $^{214}_{81}\text{Bi}$ | 9 : $^{214}_{83}\text{Bi}$ |
| 3 : $^{234}_{92}\text{U}$ | 10 : $^{214}_{84}\text{Po}$ |
| 4 : $^{230}_{90}\text{Th}$ | 11 : $^{210}_{82}\text{Pb}$ |
| 5 : $^{226}_{88}\text{Ra}$ | 12 : $^{210}_{83}\text{Bi}$ |
| 6 : $^{222}_{86}\text{Rn}$ | 13 : $^{210}_{84}\text{Po}$ |
| 7 : $^{218}_{84}\text{Po}$ | |

I.6. L'équation de désintégration du noyau 4 au noyau 5



D'après les lois de conservation de Soddy :

Loi de conservation du nombre de masse A:

$$230 = 226 + A \Leftrightarrow A = 230 - 226 = 4$$

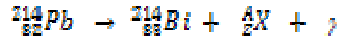
Loi de conservation du nombre de charges Z:

$$90 = 88 + Z \Leftrightarrow Z = 90 - 88 = 2$$

La particule émise est une particule α (noyau d'hélium), on est en présence d'une désintégration α :



I.7. L'équation de désintégration du noyau 8 au noyau 9 :



D'après les lois de conservation de Soddy :

Loi de conservation du nombre de masse A:

$$214 = 214 + A \Leftrightarrow A = 214 - 214 = 0$$

Loi de conservation du nombre de charges Z:

$$82 = 83 + Z \Leftrightarrow Z = 82 - 83 = -1$$

La particule émise est un électron, on est en présence d'une désintégration β^- :



I.8.

Uranium 238 $\rightarrow$ 1

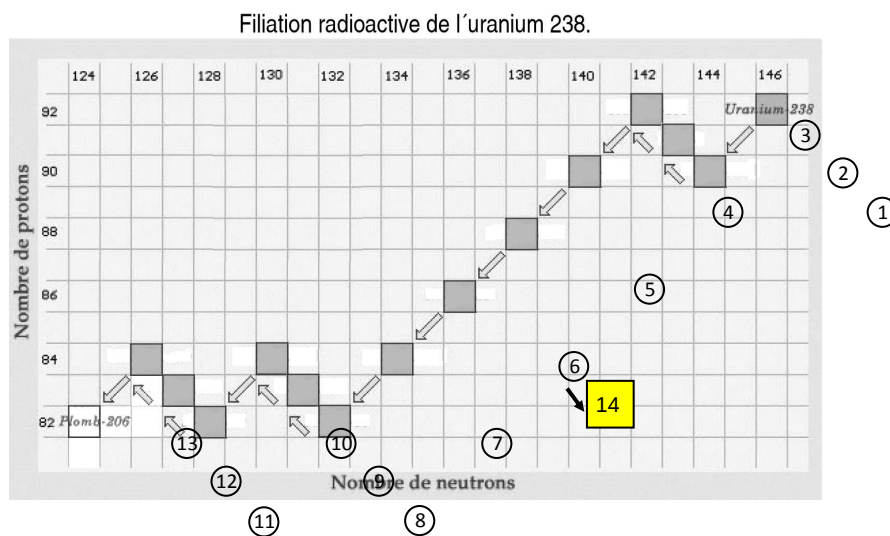


I.10. Le type de désintégration non encore rencontré dans ce DM est la désintégration β^+

L'équation de désintégration correspondant à ce type de désintégration du noyau 6.



Le noyau fil obtenu sera noté 14 dans le diagramme (c.f. ci-dessous).



II. La loi de décroissance radioactive est de la forme :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Dans cette partie, on s'intéresse à un échantillon contenant, en outre, des noyaux d'Uranium 238.

A l'instant initial, la masse de l'échantillon est : $m = 1,00 \text{ g}$

A l'instant initial, l'activité de l'échantillon est $A_0 = 9,00 \cdot 10^3$ désintégrations par minute.

Pour l'Uranium 238, $\lambda = 4,88 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$

II.0. N_0 correspond au nombre de noyaux radioactifs à l'instant initial.

λ est la constante radioactive : Elle est caractéristique d'un radioélément et représente la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps (en s^{-1})

II.1. La demi-vie radioactive, notée $t_{1/2}$, d'un échantillon de noyaux radioactifs est égale à la durée nécessaire pour que, statistiquement, la moitié des noyaux radioactifs présents dans l'échantillon se désintègrent.

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2}$$

II.2. On a :

$$N(t + t_{1/2}) = \frac{N(t)}{2} \Leftrightarrow N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{2}$$

$$e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$e^{\lambda t_{1/2}} = 2$$

alors:

$$\lambda t_{1/2} = \ln(2)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{4,88 \cdot 10^{-18}}$$

$$t_{1/2} = 1,42 \cdot 10^{17} \text{ s} = 4,50 \cdot 10^9 \text{ années}$$

II.3. On sait d'après le cours que :

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

Ainsi

$$A = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$A = \lambda \cdot N$$

II.4.

On sait que

$$A_0 = 150 \text{ désintégrations/min}$$

$$A_0 = 150 \times 60 \text{ Bq}$$

$$A_0 = 9,00 \cdot 10^3 \text{ Bq}$$

II.5.

$$A = \lambda \cdot N$$

Donc

$$A_0 = \lambda \cdot N_0$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$$

Ici

$$N_0 = \frac{9,00 \cdot 10^3}{4,88 \cdot 10^{-18}}$$

$$N_0 = 1,84 \cdot 10^{21}$$

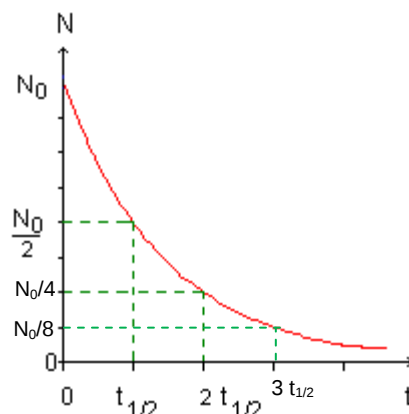
II.6. En appelant $P(^{238}_{92}\text{U})$ le pourcentage massique d'uranium 238 dans l'échantillon étudié.

$$P(^{238}_{92}\text{U}) = 100 \times \frac{N_0 \cdot m(^{238}_{92}\text{U})}{m}$$

$$P(^{238}_{92}\text{U}) = 100 \times \frac{1,84 \cdot 10^{21} \times 3,9021 \cdot 10^{-25}}{1,00 \cdot 10^{-3}}$$

$$P(^{238}_{92}\text{U}) = 71,8 \%$$

II.7. N en fonction de t :



II.8. L'activité A d'une source radioactive est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde dans l'échantillon. On sait que, à chaque noyau d'Uranium 238 qui se désintègre, il y a émission d'une particule α (lors de la première désintégration : Uranium 238 $\rightarrow$ noyau 1).

De plus l'activité initiale est de $9,00.10^3 \text{ Bq} = 9,00.10^3 \text{ désintégrations/s}$

On peut en déduire qu'à l'instant initial l'échantillon émet : $9,00.10^3$ particules α par seconde

II.9. On pourra considérer que l'échantillon ne sera plus radioactif, lorsque l'activité de la source sera : $A = 1000 \text{ Bq}$.

La durée Δt nécessaire pour arriver à un tel niveau d'activité est :

On sait que $A(t) = \lambda \cdot N(t) \Leftrightarrow A(t) = \lambda \cdot N(t) = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \text{ avec } A_0 = \lambda \cdot N_0$$

Ainsi à l'instant Δt :

$$A(\Delta t) = A = A_0 \cdot e^{-\lambda \Delta t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \Delta t}$$

$$\ln \left(\frac{A}{A_0} \right) = -\lambda \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = - \frac{\ln \left(\frac{A}{A_0} \right)}{\lambda}$$

$$\Delta t = - \frac{\ln \left(\frac{1000}{9,00.10^3} \right)}{4,88.10^{-18}}$$

$$\Delta t = 4,50.10^{17} \text{ s} = 1,43.10^{10} \text{ années}$$

A cet instant le nombre restant de noyaux d'Uranium 238 serait :

$$N(\Delta t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \Delta t}$$

$$N(\Delta t) = 1,84.10^{21} \cdot e^{-4,88.10^{-18} \times 4,50.10^{17}}$$

$$N(\Delta t) = 2,05.10^{20}$$